

УДК 539.3:539.4:519.8

Е. Л. Гусев, д - р физико-математических наук, профессор,
Институт проблем нефти и газа Сибирского Отделения Российской академии наук,
Россия, ведущий научный сотрудник
Институт математики и информатики Северо-Восточного Федерального университета,
Россия, профессор кафедры прикладной математики
E-mail: elgusev@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТОВ В ВАРИАЦИОННОЙ ПОСТАНОВКЕ, ОСНОВАННЫЕ НА ПРИНЦИПЕ МНОЖЕСТВЕННОСТИ МОДЕЛЕЙ

Исследованы вопросы разработки эффективных, уточненных методов прогнозирования определяющих характеристик (ресурса, надежности, прочности, долговечности) конструкций из полимерных, композиционных материалов. Разработаны многопараметрические модели прогнозирования определяющих характеристик (ресурса, надежности, прочности, долговечности), описывающие воздействие нескольких факторов различной физической природы на композиционные материалы и конструкции, и методы решения обратных задач прогнозирования в уточненных вариационных постановках на основе принципа множественности моделей прогнозирования, позволяющие на многопараметрическом семействе моделей построить модель оптимальной сложности.

Ключевые слова: полимерные композиционные материалы, многопараметрические модели прогнозирования, остаточный ресурс, долгосрочное прогнозирование, экстремальные климатические факторы, принцип множественности моделей, предельно допустимая точность прогноза.

E. L. Gusev

MATHEMATICAL METHODS OF FORECASTING OF THE DEFINING CHARACTERISTICS OF THE COMPOSITES IN THE VARIATIONAL FORMULATION, BASED ON THE PRINCIPLE OF MULTIPLE MODELS

The questions of development of effective, refined methods of forecasting the defining characteristics (resource, reliability, strength, durability) of structures made of polymeric, composite materials are investigated. Multiparameter models of forecasting of defining characteristics (resource, reliability, strength, durability) are developed, describing the impact of several factors of different physical nature on composite materials and structures, and methods for solving inverse problems of forecasting in refined variational statements based on the principle of multiplicity of forecasting models, allowing to build a model of optimal complexity on a multiparameter family of models.

Keywords: polymer composite materials, multiparameter predictive models, residual life, long-term forecasting, extreme climatic factors, the principle of multiplicity of models, the maximum permissible prediction accuracy.

1. Введение

В последние десятилетия при разработке различных конструкций, машин и механизмов значительное внимание уделяется проблеме создания надежных методов количественной оценки работоспособности конструкций из полимерных и композиционных материалов [1-9]. Различные постановки задач прогнозирования могут быть классифицированы на два больших класса: прямые и обратные задачи прогнозирования. Прямые задачи прогнозирования связаны с расчетами на основе известных с точностью до параметров моделей долговечности. Обратные задачи прогнозирования связаны с разработкой требований, условий на задачи прогнозирования, к условиям проводимых экспериментов, разработкой требований, условий к разрабатываемым моделям долговечности, в рамках которых можно гарантировать разработку теоретического

прогноза с заранее заданной точностью не ниже предельно допустимой точности прогноза γ_R^{\max}

Как, правило, решение задач прогнозирования ресурса, долговечности сложно-построенных композитов, осуществляется в упрощенных постановках в рамках прямых задач прогнозирования, т.е. с проведением расчетов на основе известных с точностью до параметров моделей долговечности. В рамках решаемых в настоящее время упрощенных постановок не удастся обосновать корректность получаемых прогнозируемых решений, которые могут существенно отличаться от реальных зависимостей.

В соответствии с этим, актуальной является проблема разработки эффективных, уточненных методов прогнозирования ресурса, надежности, прочности, долговечности конструкций из полимерных, композиционных материалов, основанных на современных достижениях в области математического и компьютерного моделирования, с использованием и развитием физических моделей, описывающих воздействие на сложнопостроенные композиты экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок [8-12].

2. Предельно-допустимая точность прогноза (ПДТП).

Центральное место при формулировке обратных задач прогнозирования занимает введение в постановку задачи прогнозирования предельно-допустимой точности прогноза (ПДТП) γ_R^{\max} .

Определение. Под предельно-допустимой точностью прогноза (ПДТП) γ_R^{\max} будем понимать предельно-допустимое отклонение прогнозируемой зависимости $\tilde{R}(t)$ определяющего свойства R от реальной зависимости $R^*(t)$ на прогнозируемом отрезке времени $[T_{\min}, T_{\max}]$. В соответствии с введенным определением ПДТП γ_R^{\max} удовлетворяет условию

$$\max_{T_{\min} \leq t \leq T_{\max}} |\tilde{R}(t) - R^*(t)| \leq \gamma_R^{\max}. \quad (1)$$

Разрабатываемый подход к решению задач прогнозирования связан с уточнением существующих постановок задач прогнозирования и развивается в рамках обратных задач прогнозирования, в которых в постановку задач прогнозирования включена оценка точности прогнозируемых решений. В рамках разрабатываемого подхода в рамках обратных задач прогнозирования с включением в постановку задачи прогнозирования оценки точности прогноза, могут быть разработаны научно обоснованные прогнозируемые решения в пределах требуемой точности прогноза.

3. Многопараметрические модели прогнозирования, описывающие воздействие нескольких факторов различной физической природы на композиционные материалы и конструкции.

Разработаны многопараметрические модели, описывающих воздействие нескольких факторов различной физической природы на композиционные материалы и конструкции.

В общем случае на полимерные, композиционные материалы, композиционные конструкции могут воздействовать в различных комбинациях одновременно несколько различных факторов, связанных с процессами упрочнения, воздействием солнечной

радиации, влагонасыщением, воздействием ультрафиолетового излучения, воздействием экстремальных климатических факторов, воздействием эксплуатационных нагрузок как циклического, так и нециклического характера и т.п. Каждый из этих факторов оказывает самостоятельное воздействие на степень поврежденности полимерного, композиционного материала, композиционной конструкции.

Обозначим определяющее свойство материала через R (остаточный ресурс долговечность надежность и т.п.), а его первоначальное значение через R_0 . Будем предполагать, что воздействие каждого из факторов приводит к независимому суммированию повреждений материала, полученных от воздействия других факторов. Обозначим общее число факторов воздействующих на материал, и приводящих к его повреждению и преждевременному старению через p . Будем также считать, что модели, описывающие воздействие каждого из факторов на определяющее свойство R , известны с точностью до ряда параметров. Обозначим через $F_j(u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}; t)$, ($j = 1, 2, \dots, p$) модель, описывающую воздействие j -го фактора на определяющее свойство материала, $u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}$ - система неопределенных параметров модели, l_j - число неопределенных параметров модели.

Тогда в предположении, что различные физические факторы оказывают на материал или конструкцию воздействие, независимое от воздействия других факторов, и изменения, вызванные в материале или конструкции различными факторами суммируются, то можно принять что модель, описывающая одновременное воздействие нескольких факторов на материал или конструкцию имеет аддитивный характер и м.б. представлена в виде:

$$R = R_0 + \sum_{j=1}^p F_j(u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}; t). \tag{2}$$

Каждая из функций F_j , описывающая воздействие j -го фактора на сложнопостроенный композит, может быть представлена в виде разложения в ряд по некоторой системе базисных функций $\psi_{kj}(\beta_{kj}; t)$, ($k = 1, 2, 3, \dots$), которые в наиболее полной мере характеризуют особенности процесса увеличения поврежденности материала при воздействии экстремальных факторов внешней среды.

$$F_j = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}) \psi_{kj}[\beta_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}); t], \quad (j = 1, 2, \dots, p). \tag{3}$$

В этих обозначениях: $\alpha_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}), \beta_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}), (j = 1, 2, \dots, p; k = 0, 1, 2, \dots)$ неопределенные параметры модели, описывающие воздействие j -го фактора. В результате модель прогнозирования, описывающая суммарное воздействие p факторов F_j примет вид

$$R(; t) = R_0 + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}) \psi_{kj}[\beta_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}); t]. \tag{4}$$

4. Применение уравнений Аррениуса при решении задач прогнозирования.

В настоящее время для описания процессов старения широкое распространение получили модели Аррениуса, предполагающие, что процессы старения в материале носят экспоненциальный характер. Однако обоснование уравнений Аррениуса осуществлялось на уровне изучения поведения отдельной молекулы и перенос результатов, полученных на основе изучения отдельной молекулы на весь материал, является необоснованным и может приводить к некорректным результатам. Если композиционный материал состоит из нескольких однородных частей, то уравнение Аррениуса рекомендовалось применять к каждой из однородных частей с различными параметрами, что также является недостаточно обоснованным.

Построение достаточно обоснованных моделей прогнозирования связано с выявлением и аналитическим описанием закономерностей влияния процессов, происходящих на молекулярном уровне или на микроуровне, на процессы происходящие на макроуровне. Будем предполагать, что достаточно существенный вклад в процессы, связанные со старением материала на макроуровне, оказывают процессы на молекулярном уровне или на микроуровне, являющиеся суперпозицией процессов, происходящих на уровне каждой молекулы. С учетом введенного предположения, беря за основу экспоненциальный характер процессов, происходящих на уровне отдельной молекулы, описываемых уравнением Аррениуса, и считая, что суперпозиция процессов, происходящих на уровне каждой отдельно взятой молекулы, носит аддитивный характер, целесообразно при разложении в ряд факторов F_j , описывающих процессы старения, в качестве системы опорных функций выбрать систему экспоненциальных функций, отражающих экспоненциальный характер процессов, происходящих на молекулярном уровне, описываемых уравнением Аррениуса.

Таким образом, выбирая в качестве системы опорных функций при представлении описаний, воздействующих на полимерные, композиционные материалы факторов F_j в виде рядов, системы экспоненциальных функций, описывающих характер процессов, происходящих на молекулярном уровне, в соответствии с уравнением Аррениуса, можно построить следующую универсальную модель прогнозирования, описывающую на физическом уровне процессы, происходящие в композиционных материалах, конструкциях при одновременном воздействии нескольких дестабилизирующих физических факторов:

$$R(; t) = R_0 + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^{N_j} \alpha_{kj} (u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}) \nu_{kj} [\beta_{kj} (u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}); t]. \quad (5)$$

В этих обозначениях величина N_j соответствует числу слагаемых при разложении j -го фактора в ряд по системе базисных функций, в частности по системе экспоненциальных функций, если соответствующий физический фактор F_j описывает процессы старения.

В рамках разработанных моделей можно решать задачи прогнозирования остаточного ресурса как при воздействии неопределенного числа экстремальных факторов, так и задачи прогнозирования остаточного ресурса при воздействии строго определен-

ных заранее известных факторов, например, при воздействии фактора, связанного с климатическим воздействием и фактора, связанного с процессами упрочнения.

5. Принцип множественности моделей прогнозирования.

Сформулирован принцип множественности моделей прогнозирования, который был положен в основу разработки оптимальных моделей прогнозирования оптимальной сложности. В соответствии с сформулированным принципом множественности моделей прогнозирования, моделью, наиболее адекватной реальной прогнозируемой временной зависимости определяющего свойства сложнопостроенного композита $R^*(t)$, является модель оптимальной сложности.

Определение. Под моделью оптимальной сложности будем понимать модель, содержащую оптимальное число слагаемых, которая позволяет решать задачу прогнозирования с требуемой точностью.

Сформулирована экстремальная задача, из решения которой может быть определена модель оптимальной сложности. Данная экстремальная задача может быть представлена в форме

$$J\left(R_n^*\left(u^{n^*}; t\right)\right) = \min_{\substack{\{R_n(u^n; t)\} \\ 1 \leq n < \infty}} J\left(R_n(u^n; t)\right). \quad (6)$$

В этих обозначениях:

- u^n - вектор параметров модели прогнозирования параметрического семейства, соответствующей значению параметра n : $u^n = (u_1^n, u_2^n, \dots, u_n^n)$;

- $J\left(R_n(u^n; t)\right)$ - оценка степени отклонения данной модели $R_n(u^n; t)$, многопараметрического семейства, соответствующего значению параметра n ($1 \leq n < \infty$), от реальной временной зависимости определяющего свойства $R^*(t)$;

- $R_n^*(u^{n^*}; t)$ - модель прогнозирования многопараметрического семейства оптимальной сложности;

- $(u^{n^*})^*$ - вектор параметров модели прогнозирования оптимальной сложности, соответствующей оптимальному числу параметров, равному n^* .

Разработаны методы решения обратных задач прогнозирования в уточненной постановке на основе принципа множественности моделей прогнозирования, позволяющих на многопараметрическом семействе моделей построить модель оптимальной сложности. Показано, что применение принципа множественности моделей прогнозирования и многопараметрических моделей оптимальной сложности, в рамках уточненных вариационных постановок обратных задач прогнозирования остаточного ресурса, долговечности позволяет значительно увеличить точность решения задач прогноза.

6. Выводы.

Исследованы вопросы разработки эффективных, уточненных методов прогнозирования ресурса, прочности, надежности, долговечности конструкций из полимерных,

композиционных материалов, основанных на современных достижениях в области математического и компьютерного моделирования.

Разработаны многопараметрические модели, описывающие воздействие нескольких дестабилизирующих факторов различной физической природы на композиционные материалы и конструкции. В рамках разработанных многопараметрических моделей можно решать задачи прогнозирования остаточного ресурса, долговечности как при воздействии неопределенного числа экстремальных факторов, так и задачи прогнозирования при воздействии строго определенных заранее известных факторов, например, при воздействии факторов, связанных с климатическим воздействием и с процессами упрочнения.

Сформулирован принцип множественности моделей прогнозирования, который был положен в основу разрабатываемого подхода. Введено понятие оптимальных моделей прогнозирования оптимальной сложности. В соответствии со сформулированным принципом множественности моделей прогнозирования, моделью, наиболее адекватной реальной прогнозируемой временной зависимости определяющего свойства сложнопостроенного композита $R^*(t)$, является модель оптимальной сложности. В рамках сформулированного принципа множественности моделей прогнозирования разработана эффективных методов построения моделей оптимальной сложности, соответствующих оптимальному числу параметров модели n^* ($1 \leq n^* < \infty$), позволяет существенно повысить точность прогноза по сравнению с применением моделей прогнозирования с фиксированным числом параметров.

Разработаны методы решения обратных задач прогнозирования в уточненной вариационной постановке на основе принципа множественности моделей прогнозирования, позволяющих на многопараметрическом семействе моделей построить модель оптимальной сложности.

Разработанные универсальные модели прогнозирования остаточного ресурса, долговечности при одновременном воздействии нескольких дестабилизирующих физических факторов, разработанные методы решения обратных задач прогнозирования в уточненной постановке на основе принципа множественности моделей прогнозирования могут быть применены для решения широкого круга практических задач прогнозирования остаточного ресурса, долговечности, прочности сложнопостроенных композитов в уточненных постановках в рамках обратных задач прогнозирования в таких современных областях как авиа-, и космическая техника, нефтяная и газовая промышленность, судостроение и т.п.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин, В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Наука, 1984.
2. Уржумцев, Ю. С. Прогнозирование длительного сопротивления полимерных материалов. – М.: Наука, 1982. – 222 с.
3. Уржумцев, Ю. С. Технические средства и методы определения прочностных характеристик конструкций из полимеров / Ю. С. Уржумцев, В. П. Майборода – М.: Машиностроение, 1984. – 169 с.
4. Уржумцев, Ю. С. Прогностика деформативности полимерных материалов / Ю. С. Уржумцев, Р. Д. Максимов / ИМП АН ЛатвССР. – Рига: Зинатне, 1975. – 416 с.

5. Булманис В.Н., Старцев О.В. Прогнозирование изменения прочности полимерных волокнистых композитов в результате климатического воздействия. Препринт, - Якутск, 1988. - 32 с.
6. Gusev, E. L. Using parallel procedures for the searching of the extremum for the decision of the inverse problems prediction of the defining characteristics of the composite materials// Material Physics and Mechanics – 2016.– v.26. – N 1. – p. 70-72.
7. Гусев, Е. Л. Релаксационные методы в прогнозировании определяющих характеристик при воздействии экстремальных факторов внешней среды /Е. Л. Гусев // Международный журнал Международного союза ученых «Наука. Технологии. Производство». – 2015. – №8 – С. 4-7.
8. Гусев, Е. Л. Методы, связанные с выделением перспективных направлений поиска для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик полимерных композитов при воздействии экстремальных климатических факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок / Е. Л. Гусев // Сб. трудов Всероссийской научной конференции с международным участием (к 95-летию со дня рождения академика И.Ф. Образцова) «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». – М.: ИПРИМ РАН, 2015. – С. 518-520 .
9. Гусев Е.Л., Бабенко Ф.И. Методы поиска экстремума с оптимальным выбором параметров для решения задач восстановления параметров моделей прогнозирования определяющих характеристик полимерных композитов // Сб. трудов «Материалы для технических устройств и конструкций, применяемых в Арктике». – М.: ВИАМ, 2015. – С. 132-141.
10. Гусев, Е. Л. Задачи уточнения моделей прогнозирования определяющих характеристик композиционных конструкций и методы их решения // Межд. журнал Евразийского Союза ученых (ЕСУ). – 2017. – т. 34. – № 1. – С. 73-77.
11. Гусев, Е. Л. Уточненные постановки задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2017). – Москва: МАИ-ПРИНТ, 2017. – С. 222-224.
12. Гусев, Е. Л. Перспективные пути расширения потенциальных возможностей прогнозирования долговечности композиционных материалов при воздействии экстремальных климатических факторов // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2017). – Москва: МАИ-ПРИНТ, 2017. – С. 224-226.

Поступила в редколлегию 03.05.2018 г.